

EJERCICIO 5**PLACA PERFORADA
ESFUERZO PLANO**

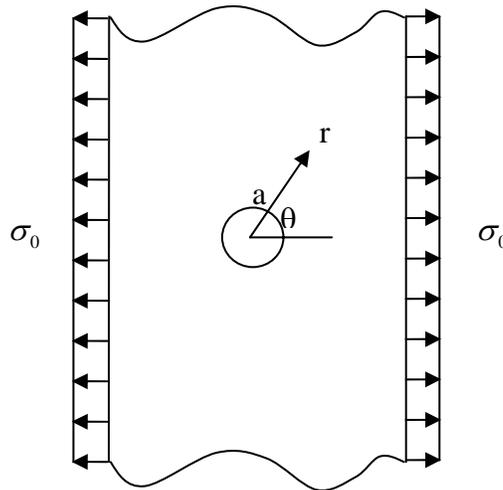
El problema de la distribución de esfuerzos en una placa de espesor delgado sujeta a cargas en sus orillas se puede resolver mediante teoría de esfuerzo plano. Cuando se tiene una perforación en la placa, el efecto de ella será alterar la distribución original, provocando un efecto de concentración de esfuerzos en la cercanía de la perforación. Este problema se ha resuelto en forma analítica y se dispone de soluciones cerradas para varios casos comunes.

SOLUCIÓN ANALÍTICA

La solución de la distribución de esfuerzos alrededor de una perforación que se encuentra dentro de una placa semi-infinita se expresa mejor en coordenadas cilíndricas, teniéndose el origen de coordenadas al centro de la perforación.

La solución al caso de una placa sujeta a tensión uniaxial y con una perforación circular se obtuvo por primera vez en 1898 por G. Kirsch en Alemania, suponiendo las restricciones comunes de homogeneidad e isotropía del material, y suponiendo que el diámetro del agujero es pequeño comparado con el ancho de la placa, pero no pequeño comparado con el espesor de la misma. Un agujero más pequeño que el espesor produce una distribución tridimensional de esfuerzos.

Para el caso de la placa semi-infinita sujeta a tensión axial σ_0 , que se muestra en la figura, se obtiene de la teoría de la elasticidad (Ref. 1) la solución de Kirsch como:



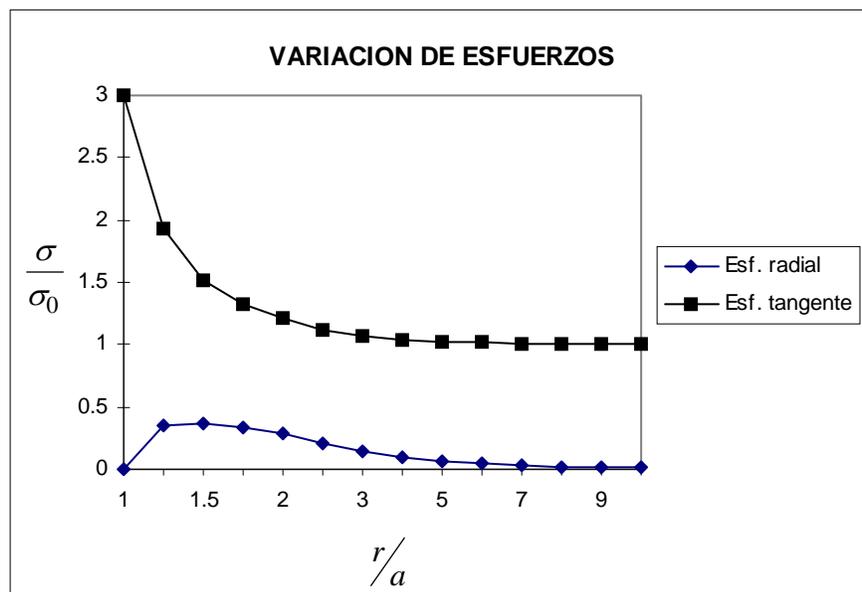
$$\sigma_r = \frac{\sigma_0}{2} \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) + \frac{\sigma_0}{2} \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) \left(1 - 3 \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) \text{Cos}(2\theta)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_0}{2} \left(1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) - \frac{\sigma_0}{2} \left(1 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) \text{Cos}(2\theta)$$

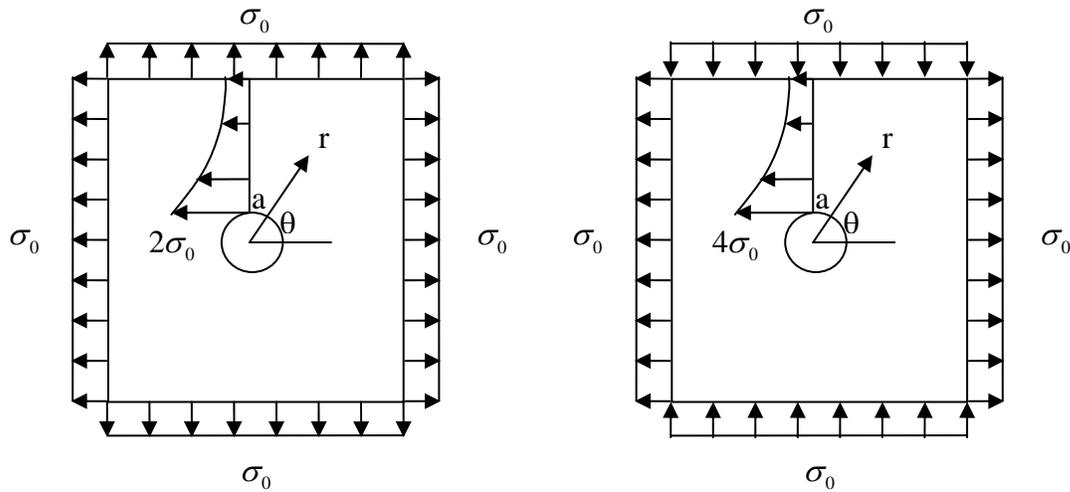
$$\sigma_{r\theta} = -\frac{\sigma_0}{2} \left(1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) \left(1 + 3 \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right) \text{Sen}(2\theta)$$

en donde σ_r , σ_θ , y $\sigma_{r\theta}$ son los esfuerzos radial, tangente y cortante, respectivamente, a es el radio de la perforación y r es la variable radial.

Es posible graficar el esfuerzo radial y tangencial a través de una sección perpendicular a la acción de la carga, con $\theta = 90^\circ$, de la siguiente manera

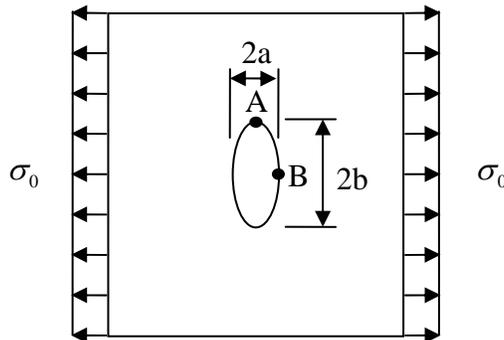


De esta gráfica puede observarse que el factor de concentración de esfuerzos es de 3. Este factor varía de acuerdo con el tipo de carga, como se muestra en la figura, y con la forma de la perforación (Ref. 2)



Para una perforación elíptica se tiene que

$$\sigma_{\theta} = \sigma_0 \left(1 + 2 \frac{b}{a} \right) \text{ en A, y } \sigma_{\theta} = -\sigma_0 \text{ en B}$$

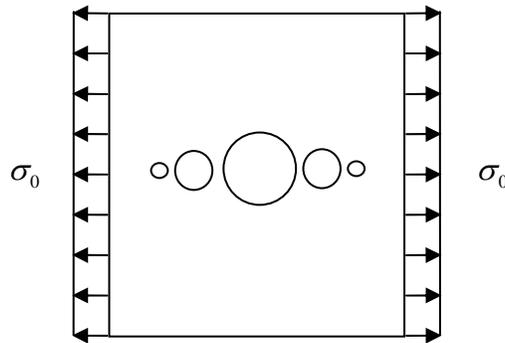


Es posible variar la forma de la elipse de manera que su eje menor sea paralelo o perpendicular a la dirección de carga, por ejemplo

Para $a/b = 10$, $\frac{\sigma}{\sigma_0} = 1.2$ en A

Para $b/a = 10$, $\frac{\sigma}{\sigma_0} = 21$ en A

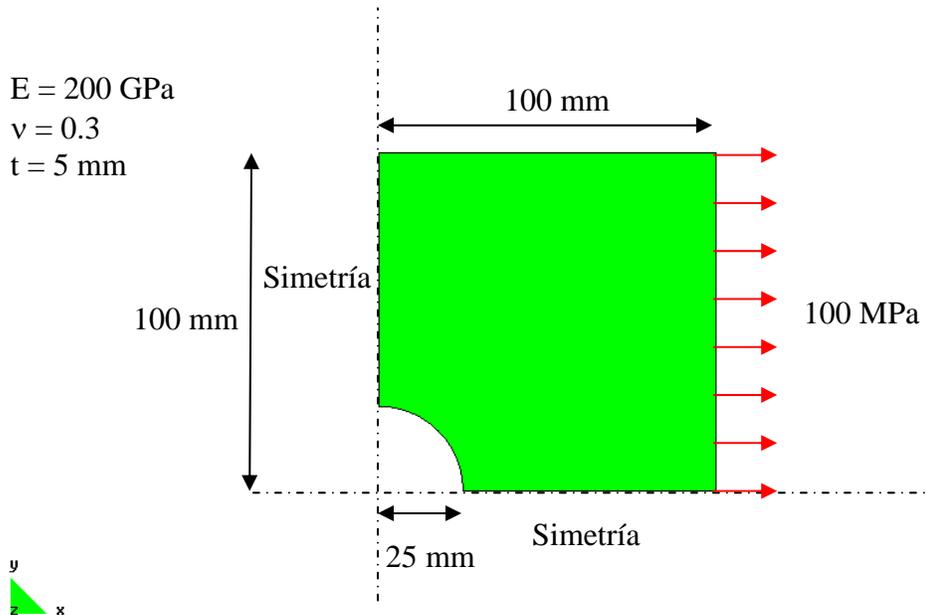
De estos resultados se concluye que una abertura perpendicular a la carga, que pudiera ser una grieta, es mucho peor que una paralela; y de esta forma, se puede concluir que si se ha de perforar una placa es mucho mejor perforarla en forma elíptica con el eje mayor orientado hacia la carga. Como en la mayoría de los casos es difícil realizar perforaciones elípticas, una opción será realizar varias perforaciones circulares con diámetros diferentes que simulen una elipse. Esto se puede comprobar numéricamente.



REFERENCIAS

- 1) “ Advanced mechanics of materials”, Robert D. Cook, y Warren C. Young, Editorial Macmillan, 1985.
- 2) “ Advanced strength and applied elasticity”, A. C. Ugural y S. K. Fenster, Editorial Elsevier, 1987

PLACA CON PERFORACIÓN CIRCULAR



- **Objetivos**
 - Continuar con el manejo del programa de análisis GID-PAEF
 - Hacer notar la necesidad de refinar mallas, el manejo de la geometría para lograrlo.
 - Manejar modelos en 2D de esfuerzo plano

- **Descripción del modelo**
 - Emplearemos elementos de esfuerzo plano en esta ocasión. Se pueden emplear elementos triangulares o cuadrilaterales para este fin.
 - Las propiedades del material y del área transversal de los elementos se presentan junto a la figura. Cada nodo tiene dos grados de libertad.

- **Preprocesamiento**
 - El primer paso será generar la geometría del modelo. Se modelará una cuarta parte utilizando dos planos de simetría.
 - Se inicia generando la geometría:

UTILITIES|GRAPHICAL|COORDINATES WINDOW
 GEOMETRY|CREATE|POINT

La lista de coordenadas en mm es:

Punto	x	y
1	25	0
2	100	0
3	100	100
4	0	100
5	0	25
6	17.67766953	17.67766953

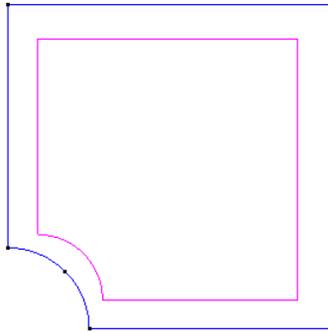
- Se generan líneas en las orillas:
 GEOMETRY|CREATE|LINE
 MOUSE BOT. DER|CONTEXTUAL|JOIN C-A

- Se genera un arco al centro:
 GEOMETRY|CREATE|ARC
 MOUSE BOT. DER|CONTEXTUAL|JOIN C-A

Se dan los tres puntos del arco.

- Y se generan áreas (Boundary surface) con esas líneas:
GEOMETRY|CREATE|NURBS SURFACE|BY CONTOUR

Quedando definida la siguiente geometría:



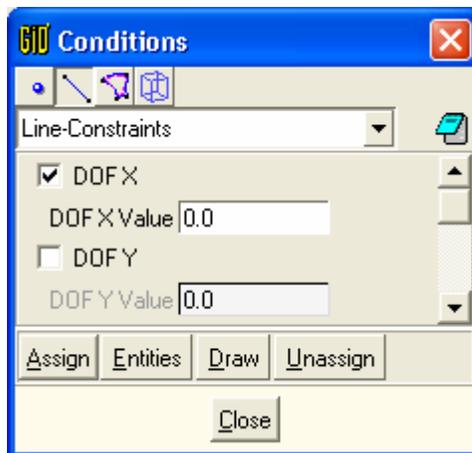
- Se selecciona el programa de análisis:

DATA|PROBLEM TYPE|PAEF

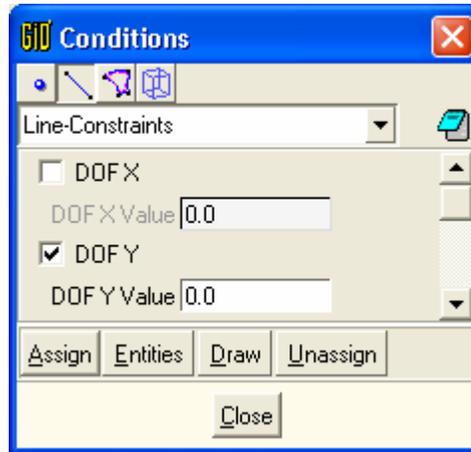
- A continuación es necesario crear las restricciones a los desplazamientos en los apoyos. Esto se logra mediante

DATA|CONDITIONS|LINE CONSTRAINTS

Se asignan condiciones de simetría a la cara interior vertical:



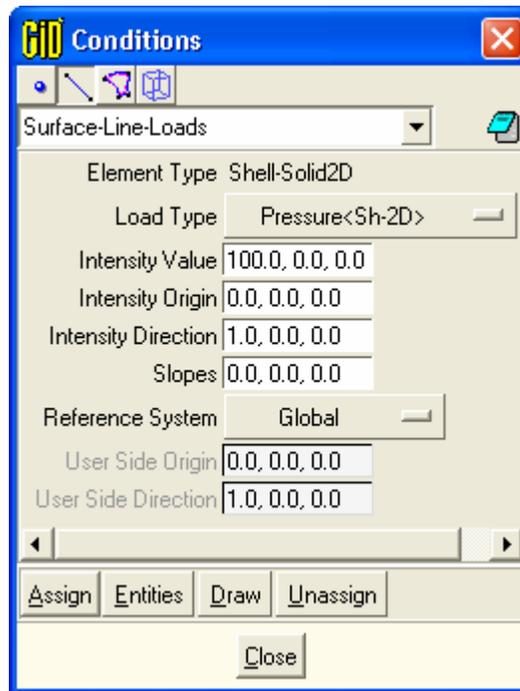
Y también a la cara interior horizontal:



- Se genera el juego de cargas mediante

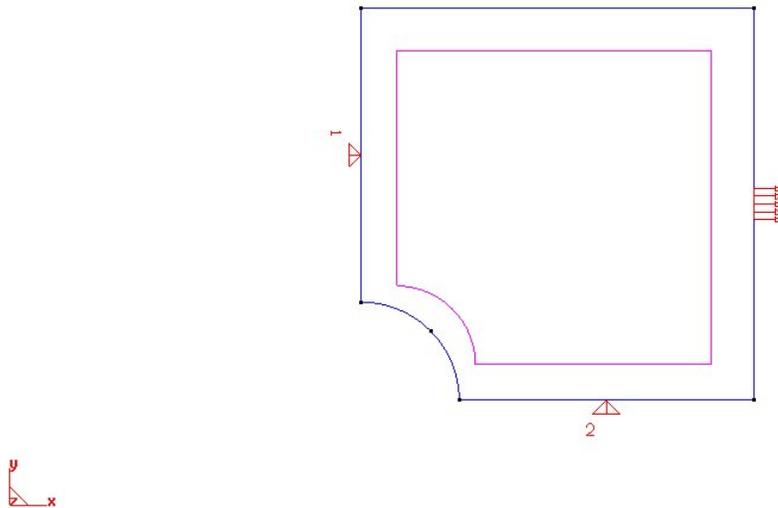
DATA|CONDITIONS|SURFACE-LINE-LOADS

Se asignan los valores:



Y se asigna esta condición a la línea exterior derecha de la superficie.

- El modelo tiene todas sus condiciones de frontera listas:

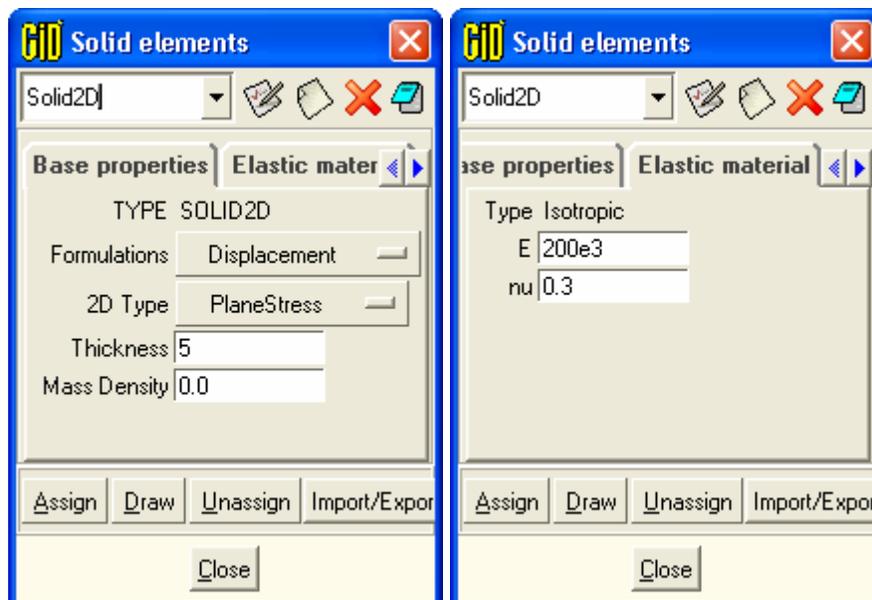


- Ahora se genera la tabla de propiedades de material de los elementos

DATA|MATERIALS|SOLID ELEMENTS

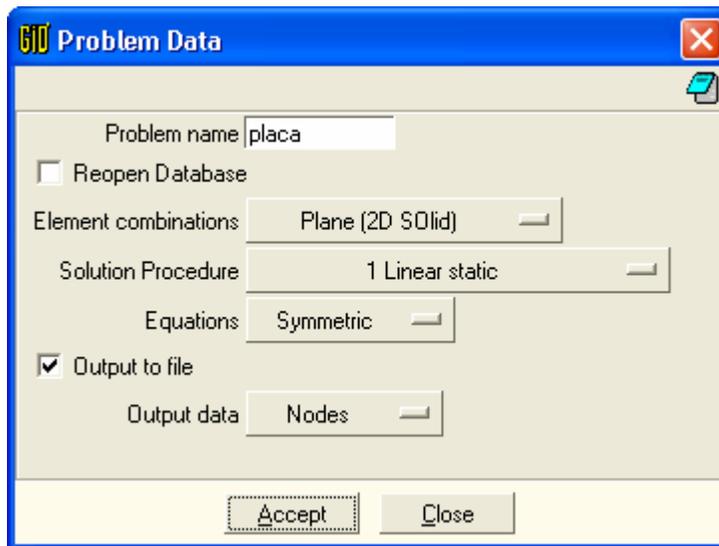
Se emplea la plantilla de materiales: SOLID2D y se genera una nueva, a la que se le llamará ACERO y que se asignará a al superficie.

En la tabla que aparece, para un material isotrópico, se asignan los siguientes datos:



- Se asignan los parámetros generales:

DATA|PROBLEM DATA



- Para controlar el desarrollo de la malla, fijamos el tipo de elementos:

MESHING|ELEMENT TYPE|QUADRILATERAL

Se selecciona la superficie con este tipo de elementos.

- Se fija el tamaño de elementos que se quiere en la superficie:

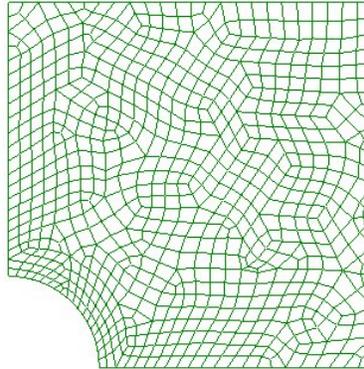
MESHING| ASSIGN UNSTRUCT. SIZES| SURFACES

Se fija un tamaño de 4 mm para esta superficie. Con eso se debe tener una buena aproximación geométrica al arco.

- La malla se genera en la superficie mediante

MESHING|GENERATE

Al terminar se tendrá una malla como la del enunciado del problema.



- El modelo está completo. Pueden verificarse las condiciones de frontera sobre la malla entrando a DATA|CONDITIONS y ejecutando en la condición correspondiente el comando: DRAW|THIS LINE CONSTRAINTS.

- **Análisis estructural**

- El análisis se ejecuta mediante:

CALCULATE| CALCULATE WINDOW

Se presiona el botón START

Si se quiere ver el archivo de salida, que se genera durante el proceso, basta con apretar el botón: OUTPUT VIEW.

- **Postprocesamiento**

- Se entra al postprocesador mediante

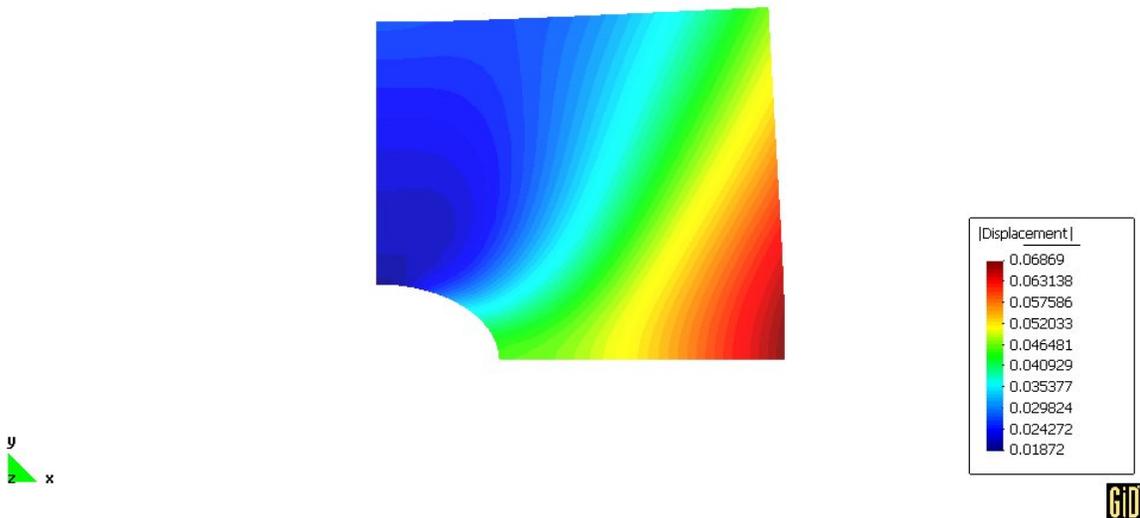
FILES| POSTPROCESS

O mediante el ícono correspondiente: 

- El objetivo es visualizar la estructura deformada y la distribución de esfuerzos: S_{xx} , S_{yy} , S_{xy} , Von Mises y máximo esfuerzo cortante

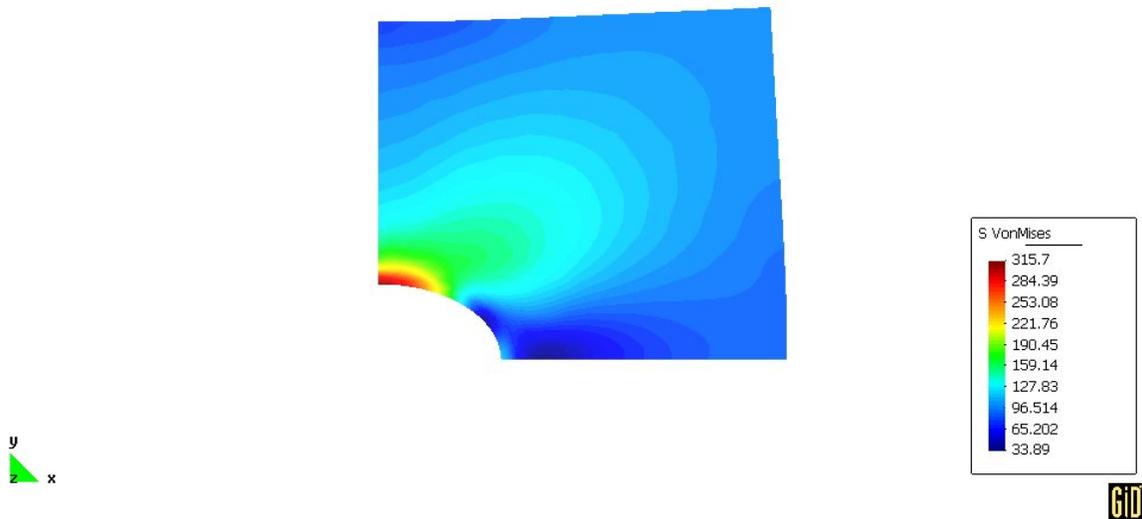
- Para ver la deformada seleccione:

VIEW RESULTS| DEFORMATION| DISPLACEMENT
VIEW RESULTS| CONTOUR FILL| DISPLACEMENT|
DISPLACEMENT



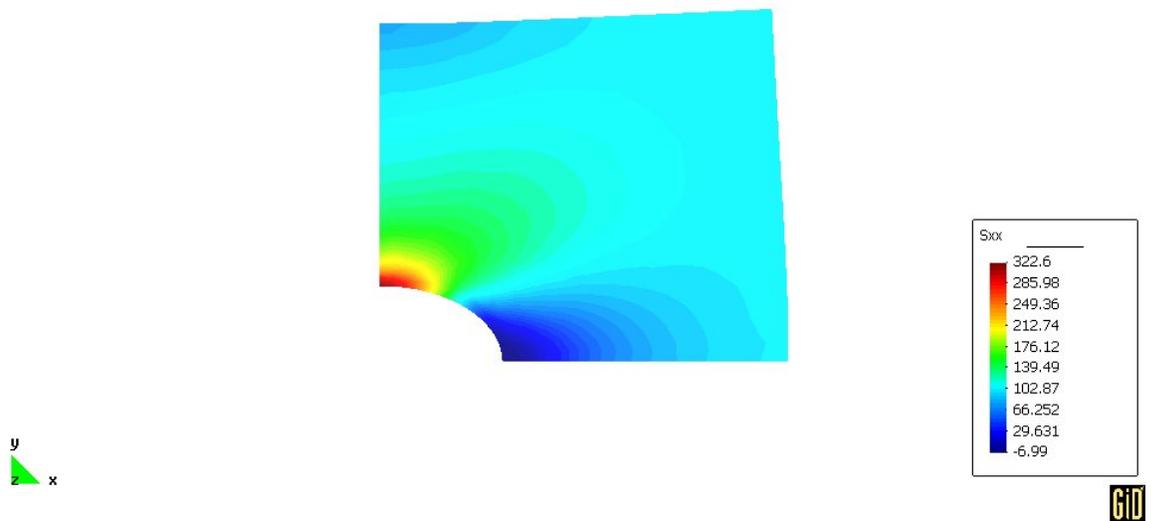
- Para ver los esfuerzos de Von Mises en los elementos seleccione:

VIEW RESULTS| CONTOUR FILL| QUAD4 VON MISES



- O bien puede obtenerse alguno de los esfuerzos específicos, por ejemplo el esfuerzo S_{xx} mediante:

VIEW RESULTS| CONTOUR FILL| QUAD4 STRESS| SXX



- Puede observarse el fenómeno de concentración de esfuerzos. Al comparar con la solución exacta, se observa un factor de concentración de 3.23, en lugar de 3, que es bastante exacto.

➤ El análisis está completo. Para salir presione:

FILES| QUIT