Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación d

OLSR

Resultado

Resultado

Representación

Modelado del mercado spot de energía y determinación de precios de derivados de energía

Un anásisis técnico

René J. Meziat

Departamento de Matemáticas Universidad de los Andes

Finanzas computacionales, 2008

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

IV. J. IVIEZIAI

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE

Resultados

Futuros

- Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- 3 Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica Modelo inicia

Estimación de parámetros OLSR MLE Resultados

Resultado

Representació Simulaciones

- Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características Modelo inicial

estimación de parámetros
OLSR
MLE
Resultados

Futuros Representació

- Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- 3 Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros
OLSR
MLE
Resultados

Resultado

Representació Simulaciones

- Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- 3 Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

Características del mercado de energía

(especialmente evidentes en el mercado de electricidad)

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Características

Modelo inicial

OLSR

Comportamiento de reversión a la media

Existencia de saltos o picos

Características del mercado de energía (especialmente evidentes en el mercado de electricidad)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spo

Características Modelo inicial

Estimación d parámetros

OLSR MLE

Resultado

Representació

Comportamiento de reversión a la media

Existencia de saltos o picos

Características del mercado de energía

(especialmente evidentes en el mercado de electricidad)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

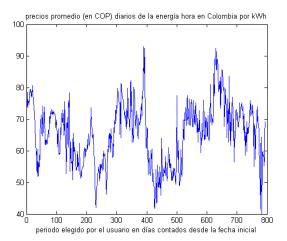
recios spot

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MI F

Resultad

Representació



Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros
OLSR
MLE

Resultado

Representación Simulaciones

- Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- 3 Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

OLSR

 Término de reversión a la media con ruido Gaussiano

Sin considerar los saltos

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

OLSR

 Término de reversión a la media con ruido Gaussiano

 Sin considerar los saltos (aunque son evidentes en los datos)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Estimación de parámetros

OLSR MLE

Resultado

Representación Simulaciones

$$dP(t) = \alpha(\mu - \ln P(t)) dt + \sigma P(t) dW(t)$$

- lpha: tasa de reversión a la media
- μ: relacionada con el nivel medio a largo plazo del logaritmo
 - de los precios
- σ : relacionada con la volatilidad en los precios
- W: proceso Weiner estándar

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

.

Características Modelo inicial

Estimación d

parámetros OLSR

MLE

resurtad

Representación

$$dP(t) = \alpha(\mu - \ln P(t)) dt + \sigma P(t) dW(t)$$

 α : tasa de reversión a la media

 μ : relacionada con el nivel medio a largo plazo del logaritmo de los precios

 σ : relacionada con la volatilidad en los precios

W: proceso Weiner estándar

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros

OLSR MLE

Resultado

resurtau

Representación

$$dP(t) = \alpha(\mu - \ln P(t)) dt + \sigma P(t) dW(t)$$

- lpha: tasa de reversión a la media
- μ : relacionada con el nivel medio a largo plazo del logaritmo de los precios
- σ : relacionada con la volatilidad en los precios
- W: proceso Weiner estándar

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

$$dP(t) = \alpha(\mu - \ln P(t)) dt + \sigma P(t) dW(t)$$

- α : tasa de reversión a la media
- μ : relacionada con el nivel medio a largo plazo del logaritmo de los precios
- σ : relacionada con la volatilidad en los precios

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

$$dP(t) = \alpha(\mu - \ln P(t)) dt + \sigma P(t) dW(t)$$

- α : tasa de reversión a la media
- μ : relacionada con el nivel medio a largo plazo del logaritmo de los precios
- σ : relacionada con la volatilidad en los precios
- W: proceso Weiner estándar

Solución de la ecuación diferencial estocástica (SDE)

y precios de derivados R I Meziat

Mercado spot

Modelo inicial

Sustituimos

$$z = \ln P,$$

$$dz = d(\ln P).$$

$$d(\ln P) = \left[\frac{1}{P} [\alpha(\mu - \ln P)P] + 0 - \frac{1}{2P^2} \sigma^2 (dP)^2 \right]$$
$$dz = \alpha(\mu - \ln P_t) + \sigma dW_t - \frac{\sigma^2}{2} dt$$

$$dz_t = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} - z_t \right) dt + \sigma dW$$

Solución de la ecuación diferencial estocástica (SDE)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE

Futuros

Representación Simulaciones Sustituimos

$$z = \ln P,$$

$$dz = d(\ln P).$$

Usando el Lema de Ito,

$$d(\ln P) = \left[\frac{1}{P}[\alpha(\mu - \ln P)P] + 0 - \frac{1}{2P^2}\sigma^2(dP)^2\right]dt + \frac{1}{P}\sigma P dW,$$
$$dz = \alpha(\mu - \ln P_t) + \sigma dW_t - \frac{\sigma^2}{2}dt.$$

Entonces

$$dz_t = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} - z_t \right) dt + \sigma dW_t$$

Solución de la ecuación diferencial estocástica (SDE)

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

Sustituimos

$$z = \ln P,$$

$$dz = d(\ln P).$$

Usando el Lema de Ito.

$$d(\ln P) = \left[\frac{1}{P}[\alpha(\mu - \ln P)P] + 0 - \frac{1}{2P^2}\sigma^2(dP)^2\right]dt + \frac{1}{P}\sigma P dW,$$
$$dz = \alpha(\mu - \ln P_t) + \sigma dW_t - \frac{\sigma^2}{2}dt.$$

Entonces.

$$dz_t = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} - z_t \right) dt + \sigma dW_t.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características Modelo inicial

Estimación parámetros

MLE Resultado

Kesultad

Representación Simulaciones

Consideremos

$$Y = e^{\alpha t} z$$
.

De nuevo por el Lema de Ito,

$$dY = d(e^{\alpha t}z) = e^{\alpha t} dz_t + \alpha e^{\alpha t}z dt + 0.$$

Usando la expresión para dz_t ,

$$d(e^{\alpha t}z) = e^{\alpha t} \left[\alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} - z \right) dt + \sigma dW_t \right] + \alpha e^{\alpha t} z dt$$
$$= \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} \right) e^{\alpha t} dt - \sigma e^{\alpha t} dW_t.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación parámetro OLSR

Resultado

Representación Simulaciones Consideremos

$$Y = e^{\alpha t} z$$
.

De nuevo por el Lema de Ito,

$$dY = d(e^{\alpha t}z) = e^{\alpha t} dz_t + \alpha e^{\alpha t}z dt + 0.$$

Usando la expresión para dz_t ,

$$d(e^{\alpha t}z) = e^{\alpha t} \left[\alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} - z \right) dt + \sigma dW_t \right] + \alpha e^{\alpha t} z dt$$
$$= \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} \right) e^{\alpha t} dt - \sigma e^{\alpha t} dW_t.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot
Características
Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE

Resultado

Representació Simulaciones Consideremos

$$Y = e^{\alpha t} z$$
.

De nuevo por el Lema de Ito,

$$dY = d(e^{\alpha t}z) = e^{\alpha t} dz_t + \alpha e^{\alpha t}z dt + 0.$$

Usando la expresión para dz_t ,

$$d(e^{\alpha t}z) = e^{\alpha t} \left[\alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} - z \right) dt + \sigma dW_t \right] + \alpha e^{\alpha t} z dt$$

= $\alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} \right) e^{\alpha t} dt - \sigma e^{\alpha t} dW_t.$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot
Características
Modelo inicial

parámetr OLSR

MLE Resultad

Resulta

Representación

Integrando,

$$e^{\alpha t_{i+1}}z_{i+1}-e^{\alpha t_i}z_i=\alpha\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)\int_{t_i}^{t_{i+1}}e^{\alpha s}\,ds+\sigma\int_{t_i}^{t_{i+1}}e^{\alpha s}\,dW_s.$$

Despejando,

$$z_{i+1} = z_i e^{-\alpha \Delta t} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) \left(1 - e^{-\alpha \Delta t}\right) + \sigma e^{-\alpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s,$$

donde
$$\Delta = t_{i+1} - t_i$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE

Resultado

Representación

Integrando,

$$e^{\alpha t_{i+1}}z_{i+1}-e^{\alpha t_i}z_i=\alpha\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)\int_{t_i}^{t_{i+1}}e^{\alpha s}\,ds+\sigma\int_{t_i}^{t_{i+1}}e^{\alpha s}\,dW_s.$$

Despejando,

$$z_{i+1} = z_i e^{-\alpha \Delta t} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) \left(1 - e^{-\alpha \Delta t}\right) + \sigma e^{-\alpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s,$$

donde
$$\Delta = t_{i+1} - t_i$$
.

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características

Modelo inicial

Estimación d parámetros

OLSR

Resultados

Representación

- Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- 3 Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

IV. J. IVIEZIAI

Características

Estimación de

parámetros

OLSR

MLE

Resultad

Futuros

Restando el término zi,

$$\begin{split} z(t_{i+1}) - z(t_i) &= \\ z(t_i)(e^{-\alpha\Delta t} - 1) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha\Delta t}) + \sigma e^{-\alpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s. \end{split}$$

$$Y = mX + c + \epsilon,$$

$$m = (e^{-\alpha \Delta t} - 1), \quad c = (\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha})(1 - e^{-\alpha \Delta t})$$

$$\epsilon = \sigma e^{-\alpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot
Características

Estimación de

parámetros

OLSR

Resultad

Resultad

Representació

Restando el término z_i ,

$$\begin{split} &z(t_{i+1})-z(t_i)=\\ &z(t_i)(e^{-\alpha\Delta t}-1)+\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)(1-e^{-\alpha\Delta t})+\sigma e^{-\alpha t_{i+1}}\int_{t_i}^{t_{i+1}}e^{\alpha s}\,dW_s. \end{split}$$

$$Y = mX + c + \epsilon$$

$$m = (e^{-\alpha \Delta t} - 1), \quad c = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) (1 - e^{-\alpha \Delta t})$$

$$\epsilon = \sigma e^{-\alpha t_{i+1}} \int_{-\epsilon}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros

OLSR

MLE

Resultad

Futuros

Restando el término zi,

$$\begin{split} &z(t_{i+1})-z(t_i)=\\ &z(t_i)(e^{-\alpha\Delta t}-1)+\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)(1-e^{-\alpha\Delta t})+\sigma e^{-\alpha t_{i+1}}\int_{t_i}^{t_{i+1}}e^{\alpha s}\,dW_s. \end{split}$$

$$Y = mX + c + \epsilon$$

$$m = (e^{-\alpha \Delta t} - 1), \quad c = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha \Delta t}),$$

$$\epsilon = \sigma e^{-\alpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s.$$

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

OLSR.

Restando el término z_i ,

$$\begin{split} z(t_{i+1}) - z(t_i) &= \\ z(t_i)(e^{-\alpha\Delta t} - 1) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha\Delta t}) + \sigma e^{-\alpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s. \end{split}$$

$$Y=mX+c+\epsilon,$$

$$m=(e^{-lpha\Delta t}-1), \quad c=\left(\mu-rac{\sigma^2}{2lpha}
ight)(1-e^{-lpha\Delta t}),$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot
Característica:
Modelo inicial

Estimación d

parámetros

OLSR

MLE Resultada

Resultad

Representació

Restando el término z_i ,

$$\begin{split} z(t_{i+1}) - z(t_i) &= \\ z(t_i)(e^{-\alpha\Delta t} - 1) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha\Delta t}) + \sigma e^{-\alpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s. \end{split}$$

$$Y = mX + c + \epsilon,$$
 $m = (e^{-\alpha \Delta t} - 1), \quad c = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha \Delta t}),$ $\epsilon = \sigma e^{-\alpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s.$

La ecuación algebraica como sistema de ecuaciones lineales

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Modelo inicial

OLSR

MIE

$$Y = XA + \epsilon$$

$$Y = \begin{pmatrix} z_1 - z_0 \\ z_2 - z_1 \\ \vdots \\ z_n - z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & z_0 \\ 1 & z_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} c \\ m \end{pmatrix},$$

La ecuación algebraica como sistema de ecuaciones lineales

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Estimación

OI SR

MLE

Danul

Resultad

Representación

$$Y = XA + \epsilon$$

$$Y = \begin{pmatrix} z_1 - z_0 \\ z_2 - z_1 \\ \vdots \\ z_n - z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & z_0 \\ 1 & z_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} c \\ m \end{pmatrix},$$

e es el término de ruido o residuo

La ecuación algebraica como sistema de ecuaciones lineales

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

OLSR.

$$Y = XA + \epsilon$$

$$Y = \begin{pmatrix} z_1 - z_0 \\ z_2 - z_1 \\ \vdots \\ z_n - z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & z_0 \\ 1 & z_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} c \\ m \end{pmatrix},$$

La ecuación algebraica como sistema de ecuaciones lineales

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica

Estimación

paráme

OLSR

Decler

Resultado

Representación

$$Y = XA + \epsilon$$

$$Y = \begin{pmatrix} z_1 - z_0 \\ z_2 - z_1 \\ \vdots \\ z_n - z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & z_0 \\ 1 & z_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} c \\ m \end{pmatrix},$$

 ϵ es el término de ruido o residuo

La ecuación algebraica como sistema de ecuaciones lineales

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

OLSR.

$$Y = XA + \epsilon$$

$$Y = \begin{pmatrix} z_1 - z_0 \\ z_2 - z_1 \\ \vdots \\ z_n - z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & z_0 \\ 1 & z_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & z_{n-1} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} c \\ m \end{pmatrix},$$

 ϵ es el término de ruido o residuo.

La pendiente de la línea de regresión

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

recios spo

Características Modelo inicial

Estimación

parám

OLSR

Resultado

Resultado

Representación Simulaciones

$$m=\left(e^{-\alpha\Delta t}-1\right)$$

Tomando logaritmo natural,

$$-\alpha \Delta t = \ln(m+1)$$

Entonces,

$$\alpha = \frac{-\ln(m+1)}{\Delta t}$$

La pendiente de la línea de regresión

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Modelo inicial

paráme

OLSR

Resultad

Resultado

Representación

$$m = (e^{-\alpha \Delta t} - 1)$$

Tomando logaritmo natural,

$$-\alpha \Delta t = \ln(m+1).$$

$$\alpha = \frac{-\ln(m+1)}{\Delta t}$$

La pendiente de la línea de regresión

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Modelo inicial

OLSR

$m = (e^{-\alpha \Delta t} - 1)$

Tomando logaritmo natural,

$$-\alpha \Delta t = \ln(m+1).$$

Entonces.

$$\alpha = \frac{-\ln(m+1)}{\Delta t}.$$

El intercepto de la línea de regresión

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

OLSR

$$c = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) \left(1 - e^{-\alpha \Delta t}\right)$$

$$\mu = \frac{c}{(1 - e^{-\alpha \Delta t})} + \frac{\sigma^2}{2\alpha}$$

El intercepto de la línea de regresión

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Característica

Modelo inicial

Estimación o parámetros

OLSR

MLE

Resultad

Futuros

Representación Simulaciones

$$c = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) \left(1 - e^{-\alpha \Delta t}\right)$$

Despejando,

$$\mu = \frac{c}{(1 - e^{-\alpha \Delta t})} + \frac{\sigma^2}{2\alpha}.$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot

Características

Modelo inicial

- · · · · /

parámet

parame

OLSR

IVILE

Resultado

Representación

$$\epsilon = Y - mX - c$$

Queremos minimizar la varianza

$$Var(\epsilon) = \mathbb{E}(\epsilon^2) - [\mathbb{E}(\epsilon)]^2.$$

Requerimos que

$$\mathbb{E}(\epsilon) = \mathbb{E}(Y - mX - c) = 0$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

OLSR

$\epsilon = Y - mX - c$

Queremos minimizar la varianza

$$Var(\epsilon) = \mathbb{E}(\epsilon^2) - [\mathbb{E}(\epsilon)]^2$$
.

$$\mathbb{E}(\epsilon) = \mathbb{E}(Y - mX - c) = 0$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

OLSR

$\epsilon = Y - mX - c$

Queremos minimizar la varianza

$$Var(\epsilon) = \mathbb{E}(\epsilon^2) - [\mathbb{E}(\epsilon)]^2$$
.

Requerimos que

$$\mathbb{E}(\epsilon) = \mathbb{E}(Y - mX - c) = 0.$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características Modelo inicial

Estimació

OLSR

Danille

Resultado

Representación

$$Var(\epsilon) = \mathbb{E}[Y - mX - c)^{2}]$$

$$= \mathbb{E}[(Y - mX)^{2} - 2c(Y - mX) + c^{2}]$$

$$= \mathbb{E}[Y^{2} - 2mXY + m^{2}X^{2} - 2cY + 2mcX + c^{2}]$$

Por linealidad del operador \mathbb{E} ,

$$Var(\epsilon) = \mathbb{E}(Y^2) - 2m\mathbb{E}(XY) + m^2\mathbb{E}(X^2) - 2c\mathbb{E}(Y) + 2mc\mathbb{E}(X) + c^2$$
$$= G(m, c),$$

que solamente depende de m y c

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot

Modelo inicial

parámeti

OLSR

MLE

Resultad

Representación Simulaciones

$$Var(\epsilon) = \mathbb{E}[Y - mX - c)^{2}]$$

$$= \mathbb{E}[(Y - mX)^{2} - 2c(Y - mX) + c^{2}]$$

$$= \mathbb{E}[Y^{2} - 2mXY + m^{2}X^{2} - 2cY + 2mcX + c^{2}]$$

Por linealidad del operador \mathbb{E} ,

$$Var(\epsilon) = \mathbb{E}(Y^2) - 2m\mathbb{E}(XY) + m^2\mathbb{E}(X^2) - 2c\mathbb{E}(Y) + 2mc\mathbb{E}(X) + c^2$$
$$= G(m, c),$$

que solamente depende de $m \vee c$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot
Características
Modelo inicial

Estimación o

OLSR

MIE

Resultado

F .

Representación Simulaciones

$$Var(\epsilon) = \mathbb{E}[Y - mX - c)^{2}]$$

$$= \mathbb{E}[(Y - mX)^{2} - 2c(Y - mX) + c^{2}]$$

$$= \mathbb{E}[Y^{2} - 2mXY + m^{2}X^{2} - 2cY + 2mcX + c^{2}]$$

Por linealidad del operador \mathbb{E} ,

$$Var(\epsilon) = \mathbb{E}(Y^2) - 2m\mathbb{E}(XY) + m^2\mathbb{E}(X^2) - 2c\mathbb{E}(Y) + 2mc\mathbb{E}(X) + c^2$$
$$= G(m, c),$$

que solamente depende de m y c.

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica: Modelo inicial

Estimación (

parámetr

OLSR

Resultad

Resultado

Representació Simulaciones Usando el cáculo de una variable para optimización,

$$\frac{\partial G}{\partial m} = -2\mathbb{E}(XY) + 2m\mathbb{E}(X^2) + 2c\mathbb{E}(X) = 0,$$

$$\frac{\partial G}{\partial c} = -2\mathbb{E}(Y) + 2m\mathbb{E}(X) + 2c = 0.$$

Queda probado nuestro requerimiento:

$$-2\mathbb{E}(Y) + 2m\mathbb{E}(X) + 2c = 0$$

$$\mathbb{E}(Y) - m\mathbb{E}(X) - c = 0$$

$$\mathbb{E}(Y - mX - 2c) = \mathbb{E}(\epsilon) = 0$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica

Modelo inicia

parámet

OLSR

MLE

Resultado

Representació Simulaciones Usando el cáculo de una variable para optimización,

$$\frac{\partial G}{\partial m} = -2\mathbb{E}(XY) + 2m\mathbb{E}(X^2) + 2c\mathbb{E}(X) = 0,$$

$$\frac{\partial G}{\partial c} = -2\mathbb{E}(Y) + 2m\mathbb{E}(X) + 2c = 0.$$

Queda probado nuestro requerimiento:

$$-2\mathbb{E}(Y) + 2m\mathbb{E}(X) + 2c = 0$$

$$\mathbb{E}(Y) - m\mathbb{E}(X) - c = 0$$

$$\mathbb{E}(Y - mX - 2c) = \mathbb{E}(\epsilon) = 0.$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

OLSR

Establecemos el sistema lineal

$$\mathbb{E}(X^2)m + \mathbb{E}(X)c = \mathbb{E}(XY)$$
$$\mathbb{E}(X)m + c = \mathbb{E}(Y).$$

$$m\left[\mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2\right] = \left[\mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)\right]$$
$$m\operatorname{Var}(X) = \operatorname{Cov}(X, Y).$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Establecemos el sistema lineal

$$\mathbb{E}(X^2)m + \mathbb{E}(X)c = \mathbb{E}(XY)$$

$$\mathbb{E}(X)m+c=\mathbb{E}(Y).$$

OLSR

Resolviendo.

$$m\left[\mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2\right] = \left[\mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)\right]$$
$$m \operatorname{Var}(X) = \operatorname{Cov}(X, Y).$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Establecemos el sistema lineal

$$\mathbb{E}(X^2)m + \mathbb{E}(X)c = \mathbb{E}(XY)$$

$$\mathbb{E}(X)m+c=\mathbb{E}(Y).$$

OLSR

Resolviendo.

$$m\left[\mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2\right] = \left[\mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)\right]$$
$$m\operatorname{Var}(X) = \operatorname{Cov}(X, Y).$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Modelo inicia

parámet

parame

OLSR

IVILE

Resultad

Representación

Entonces,

$$m = \frac{\mathsf{Cov}(X, Y)}{\sigma_X^2}$$
 y $c = \mathbb{E}(Y) - \frac{\mathsf{Cov}(X, Y)\mathbb{E}(X)}{\sigma_X^2}$.

Remplazando estos valores óptimos en la expresión para $Var(\epsilon)$ y combinando términos,

$$Var_{min}(\epsilon) = \sigma_Y^2 - \frac{[Cov(X, Y)]^2}{\sigma_Y^2}$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Modelo inicial

narámetr

parame

OLSR

MLE

Resultad

Futuros

Entonces,

$$m = rac{\mathsf{Cov}(X,Y)}{\sigma_X^2}$$
 y $c = \mathbb{E}(Y) - rac{\mathsf{Cov}(X,Y)\mathbb{E}(X)}{\sigma_X^2}$.

Remplazando estos valores óptimos en la expresión para $Var(\epsilon)$ y combinando términos,

$$Var_{min}(\epsilon) = \sigma_Y^2 - \frac{[Cov(X, Y)]^2}{\sigma_Y^2}$$

(la varianza del residuo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

OLSR

Entonces.

$$m = rac{\mathsf{Cov}(X,Y)}{\sigma_X^2}$$
 y $c = \mathbb{E}(Y) - rac{\mathsf{Cov}(X,Y)\mathbb{E}(X)}{\sigma_X^2}$.

Remplazando estos valores óptimos en la expresión para $Var(\epsilon)$ y combinando términos,

$$\mathsf{Var}_{\mathsf{min}}(\epsilon) = \sigma_Y^2 - \frac{[\mathsf{Cov}(X,Y)]^2}{\sigma_Y^2}.$$

(la varianza del modelo)

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

OLSR.

$$\epsilon_{
m modelo} = \sigma {
m e}^{-lpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} {
m e}^{lpha s} \, dW_s$$

$$Var(\epsilon_{modelo}) = \mathbb{E}(\epsilon_{modelo}^2)$$

$$\operatorname{Var}(\epsilon_{\operatorname{modelo}}) = \mathbb{E}\left[\sigma^2 e^{-2\alpha t_{i+1}} \left(\int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_s\right)^2\right]$$

(la varianza del modelo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Estimación o

parámetros

OLSR

MLE

Resultado

Futuros

Representación Simulaciones

$$\epsilon_{
m modelo} = \sigma {
m e}^{-lpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} {
m e}^{lpha s} \, dW_s$$

$$\mathsf{Var}(\epsilon_{\mathsf{modelo}}) = \mathbb{E}(\epsilon_{\mathsf{modelo}}^2)$$

$$\mathsf{Var}(\epsilon_{\mathsf{modelo}}) = \mathbb{E}\left[\sigma^2 e^{-2\alpha t_{i+1}} \left(\int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} \, dW_s\right)^2\right]$$

(la varianza del modelo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Estimación d

OLSR

DLSIN

Resultado

resurtane

Representación

$$\epsilon_{
m modelo} = \sigma {
m e}^{-lpha t_{i+1}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} {
m e}^{lpha s} \, dW_s$$

$$\mathsf{Var}(\epsilon_{\mathsf{modelo}}) = \mathbb{E}(\epsilon_{\mathsf{modelo}}^2)$$

$$\mathsf{Var}(\epsilon_{\mathsf{modelo}}) = \mathbb{E}\left[\sigma^2 e^{-2lpha t_{i+1}} \left(\int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{lpha s} \, dW_s
ight)^2
ight].$$

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros

OLSR

MLE

Resultado

Representación Simulaciones

Teorema de isometría de Ito

Si f pertenece a $H_2[0, T]$, el espacio de funciones aleatorias definido para todo t en [0, T], y $\int_0^T \mathbb{E}(f(t))^2 dt < \infty$, entonces

$$\mathbb{E}\left[\int_0^T f(t)\,dW(t)\right]=0$$

У

$$\mathbb{E}\left[\left(\int_0^T f(t) dW(t)\right)^2\right] = \int_0^T \mathbb{E}[f(t)]^2 dt.$$

(la varianza del modelo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características

Modelo inicial

parámetro

OLSR

MLE

Resultad

Representación Simulaciones Usando el teorema de isometría de Ito,

$$\sigma^{2}e^{-2\alpha t_{i+1}} \left(\int_{t_{i}}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_{s} \right)^{2} = \sigma^{2}e^{-2\alpha t_{i+1}} \int_{t_{i}}^{t_{i+1}} e^{2\alpha s} ds$$

$$= \sigma^{2}e^{-2\alpha t_{i+1}} \frac{1}{2\alpha} \left[e^{2\alpha s} \right]_{s=t_{i}}^{s=t_{i+1}}$$

$$= \sigma^{2}e^{-2\alpha t_{i+1}} \frac{1}{2\alpha} \left[e^{2\alpha t_{i+1}} - e^{2\alpha t_{i}} \right].$$

$$Var(\epsilon_{modelo}) = \frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha\Delta t}).$$

(la varianza del modelo)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características Modelo inicial

Estimación d

paráme

OLSR

Resultad

resurede

Representació Simulaciones Usando el teorema de isometría de Ito,

$$\sigma^{2} e^{-2\alpha t_{i+1}} \left(\int_{t_{i}}^{t_{i+1}} e^{\alpha s} dW_{s} \right)^{2} = \sigma^{2} e^{-2\alpha t_{i+1}} \int_{t_{i}}^{t_{i+1}} e^{2\alpha s} ds$$

$$= \sigma^{2} e^{-2\alpha t_{i+1}} \frac{1}{2\alpha} \left[e^{2\alpha s} \right]_{s=t_{i}}^{s=t_{i+1}}$$

$$= \sigma^{2} e^{-2\alpha t_{i+1}} \frac{1}{2\alpha} \left[e^{2\alpha t_{i+1}} - e^{2\alpha t_{i}} \right].$$

$$Var(\epsilon_{modelo}) = \frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha\Delta t}).$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación o

OLSR

MIE

Resultado

Futuros

Representación Simulaciones

$$\mathsf{Var}(\epsilon_{\mathsf{modelo}}) = \mathsf{Var}_{\mathsf{min}}(\epsilon)$$

$$\frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha\Delta t}) = \sigma_Y^2 - \frac{[\text{Cov}(X, Y)]^2}{\sigma_X^2}$$

$$\sigma^2 = \frac{2\alpha}{(1 - e^{-2\alpha\Delta t})} \left[\sigma_Y^2 - \frac{[\mathsf{Cov}(X, Y)]^2}{\sigma_X^2} \right]$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica

Estimación o

OLSR

OLSR

Popultor

resurtade

Representación Simulaciones

$$\mathsf{Var}(\epsilon_{\mathsf{modelo}}) = \mathsf{Var}_{\mathsf{min}}(\epsilon)$$

$$\frac{\sigma^2}{2\alpha}(1-\mathrm{e}^{-2\alpha\Delta t})=\sigma_Y^2-\frac{[\mathsf{Cov}(X,Y)]^2}{\sigma_X^2}.$$

$$\sigma^2 = \frac{2\alpha}{(1 - e^{-2\alpha\Delta t})} \left[\sigma_Y^2 - \frac{[\mathsf{Cov}(X, Y)]^2}{\sigma_X^2} \right]$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica:

Estimación o

parámetros

OLSR

Resultado

resurtanc

Representació

$$\mathsf{Var}(\epsilon_{\mathsf{modelo}}) = \mathsf{Var}_{\mathsf{min}}(\epsilon)$$

$$\frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha\Delta t}) = \sigma_Y^2 - \frac{[\mathsf{Cov}(X, Y)]^2}{\sigma_X^2}.$$

$$\sigma^2 = \frac{2\alpha}{(1 - e^{-2\alpha\Delta t})} \left[\sigma_Y^2 - \frac{[\mathsf{Cov}(X, Y)]^2}{\sigma_X^2} \right].$$

Resumen

Las ecuaciones para los parámetros en su orden de estimación

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Modelo inicial

OLSR

$$\alpha = \frac{-\ln(m+1)}{\Delta t}$$

$$\sigma^2 = \frac{2\alpha}{(1 - e^{-2\alpha\Delta t})} \left[\sigma_Y^2 - \frac{[\mathsf{Cov}(X, Y)]^2}{\sigma_X^2} \right]$$

$$\mu = \frac{c}{(1 - e^{-\alpha \Delta t})} + \frac{\sigma^2}{2c}$$

Resumen

Las ecuaciones para los parámetros en su orden de estimación

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación

parámetro

OLSR

IVILE

resureda

Representación Simulaciones

$$\alpha = \frac{-\ln(m+1)}{\Delta t}$$

$$\sigma^2 = \frac{2\alpha}{(1 - e^{-2\alpha\Delta t})} \left[\sigma_Y^2 - \frac{[\mathsf{Cov}(X, Y)]^2}{\sigma_X^2} \right]$$

$$\mu = \frac{c}{(1 - e^{-\alpha \Delta t})} + \frac{\sigma^2}{2c}$$

Resumen

Las ecuaciones para los parámetros en su orden de estimación

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación

OLSR

MIF

Resultad

......

Representación Simulaciones

$$\alpha = \frac{-\ln(m+1)}{\Delta t}$$

$$\sigma^2 = \frac{2\alpha}{(1 - e^{-2\alpha\Delta t})} \left[\sigma_Y^2 - \frac{[\mathsf{Cov}(X, Y)]^2}{\sigma_X^2} \right]$$

$$\mu = \frac{c}{(1 - e^{-\alpha \Delta t})} + \frac{\sigma^2}{2\alpha}$$

Esquema

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características

Estimación de parámetros

parámetros OLSR MLE

Resultado

Representació Simulaciones

- 1 Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- 3 Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

La distribución de probabilidad subyacente

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR

OLSR MLE

Resultado

Futuros

De acuerdo con nuestro modelo inicial, asumimos que la distribución condicional subyacente de los log-precios con parámetros α , μ y σ es Gaussiana en cada paso de tiempo con media ν_i y varianza ω_i^2 .

$$\nu_{i+1} = \mathbb{E}[z_{i+1}|z_i]$$

$$\omega_{i+1}^2 = \sigma^2 e^{-2\alpha t_i} \left(\int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau} \right)^2$$

La distribución de probabilidad subvacente

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

MIF

De acuerdo con nuestro modelo inicial, asumimos que la distribución condicional subyacente de los log-precios con parámetros α , μ y σ es Gaussiana en cada paso de tiempo con media ν_i y varianza ω_i^2 .

$$\nu_{i+1} = \mathbb{E}[z_{i+1}|z_i]$$

$$\omega_{i+1}^2 = \sigma^2 e^{-2\alpha t_i} \left(\int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau} \right)^2$$

La distribución de probabilidad subvacente

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

MIF

De acuerdo con nuestro modelo inicial, asumimos que la distribución condicional subyacente de los log-precios con parámetros α , μ y σ es Gaussiana en cada paso de tiempo con media ν_i y varianza ω_i^2 .

$$\nu_{i+1} = \mathbb{E}[z_{i+1}|z_i]$$

$$\omega_{i+1}^2 = \sigma^2 e^{-2\alpha t_i} \left(\int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau} \right)^2$$

La media

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Dunning and

Características

Estimación

OL SR

MIF

Resultado

_ .

Representación Simulaciones

$$\nu_{i} = \mathbb{E}\left[z_{i}e^{-\alpha t_{i}} + \left(\mu - \frac{\sigma^{2}}{2\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha t_{i}}) + \sigma e^{-\alpha t_{i}} \int_{0}^{t_{i}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau}\right]$$

$$= \mathbb{E}\left[z_{0}e^{-\alpha t_{i}}\right] + \mathbb{E}\left[\left(\mu - \frac{\sigma^{2}}{2\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha t_{i}})\right]$$

$$+ \sigma e^{-\alpha t_{i}} \mathbb{E}\left[\int_{0}^{t_{i}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau}\right]$$

La media

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

MIF

$$\nu_{i} = \mathbb{E}\left[z_{i}e^{-\alpha t_{i}} + \left(\mu - \frac{\sigma^{2}}{2\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha t_{i}}) + \sigma e^{-\alpha t_{i}} \int_{0}^{t_{i}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau}\right]$$

$$= \mathbb{E}\left[z_{0}e^{-\alpha t_{i}}\right] + \mathbb{E}\left[\left(\mu - \frac{\sigma^{2}}{2\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha t_{i}})\right]$$

$$+ \sigma e^{-\alpha t_{i}} \mathbb{E}\left[\int_{0}^{t_{i}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau}\right]$$

La media

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros

OLSR OLSR

MLE

Resultado

Representación

$$\begin{split} \nu_i &= \mathbb{E}\left[z_i e^{-\alpha t_i} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) (1 - e^{-\alpha t_i}) + \sigma e^{-\alpha t_i} \int_0^{t_i} e^{\alpha \tau} dW_{\tau}\right] \\ &= \mathbb{E}\left[z_0 e^{-\alpha t_i}\right] + \mathbb{E}\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) (1 - e^{-\alpha t_i})\right] \\ &+ \sigma e^{-\alpha t_i} \mathbb{E}\left[\int_0^{t_i} e^{\alpha \tau} dW_{\tau}\right] \\ &= z_0 e^{-\alpha t_i} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) (1 - e^{-\alpha t_i}) \end{split}$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios snot

Características Modelo inicial

Estimación parámetros

OLSR

MLE

Resultados

Futuros

Representación Simulaciones

$$\omega_i^2 = \sigma^2 e^{-2\alpha t_i} \left(\int_0^{t_{i+1}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau} \right)^2$$

$$= \sigma^2 e^{-2\alpha t_i} \left(\int_0^{t_{i+1}} e^{2\alpha \tau} d_{\tau} \right)$$

$$= \frac{\sigma^2 e^{-2\alpha t_i}}{2\alpha} \left(e^{2\alpha t_i} - 1 \right)$$

$$= \frac{\sigma^2}{2\alpha} \left(1 - e^{-2\alpha t_i} \right)$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación parámetros

OLSR MI F

Pocultad

Resultado

Representación

$$\omega_i^2 = \sigma^2 e^{-2\alpha t_i} \left(\int_0^{t_{i+1}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau} \right)^2$$

$$= \sigma^2 e^{-2\alpha t_i} \left(\int_0^{t_{i+1}} e^{2\alpha \tau} d_{\tau} \right)$$

$$= \frac{\sigma^2 e^{-2\alpha t_i}}{2\alpha} \left(e^{2\alpha t_i} - 1 \right)$$

$$= \frac{\sigma^2}{2\alpha} \left(1 - e^{-2\alpha t_i} \right)$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

recios spot

Características Modelo inicial

Estimación o parámetros

OLSR MI F

Resultad

.....

Representación

$$egin{aligned} \omega_i^2 &= \sigma^2 e^{-2lpha t_i} \left(\int_0^{t_{i+1}} e^{lpha au} \, dW_ au
ight)^2 \ &= \sigma^2 e^{-2lpha t_i} \left(\int_0^{t_{i+1}} e^{2lpha au} \, d_ au
ight) \ &= rac{\sigma^2 e^{-2lpha t_i}}{2lpha} \left(e^{2lpha t_i} - 1
ight) \ &= rac{\sigma^2}{2lpha} \left(1 - e^{-2lpha t_i}
ight) \end{aligned}$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

recios spot

Características Modelo inicial

Estimación o parámetros

OLSR MI F

Resultad

Resultado

Representació

$$\omega_i^2 = \sigma^2 e^{-2\alpha t_i} \left(\int_0^{t_{i+1}} e^{\alpha \tau} dW_{\tau} \right)^2$$

$$= \sigma^2 e^{-2\alpha t_i} \left(\int_0^{t_{i+1}} e^{2\alpha \tau} d_{\tau} \right)$$

$$= \frac{\sigma^2 e^{-2\alpha t_i}}{2\alpha} \left(e^{2\alpha t_i} - 1 \right)$$

$$= \frac{\sigma^2}{2\alpha} \left(1 - e^{-2\alpha t_i} \right)$$

Resumen

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

OLSR

MIF

Nuestros datos en cada paso de tiempo siguen una distribución Gaussiana con media ν_i y varianza ω_i^2 .

$$\mathbf{z}_i \sim \mathcal{N}(
u_i, \omega_i^2)$$
 para $i=1,2,\ldots,N,$

Resumen

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

OLSR

MIF

Nuestros datos en cada paso de tiempo siguen una distribución Gaussiana con media ν_i y varianza ω_i^2 .

Es decir, los log-precios

$$z_i \sim N(\nu_i, \omega_i^2)$$
 para $i = 1, 2, \dots, N$,

donde N es el número de puntos de datos.

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

La función de densidad de probabilidad,

$$f_{\theta}(z_1, z_2, \dots, z_N | \theta) = \prod_{i=1}^N f(z_i | z_{i-1}, \nu_i, \omega_i^2),$$

$$L(\alpha, \mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_i^2}} \right) e^{-\frac{(z_i - \nu_i)^2}{2\omega_i^2}}.$$

MIF



Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características

Estimación de parámetros
OLSR

OLSR MLE

Resultad

Futuros

Representación

La función de densidad de probabilidad,

$$f_{\theta}(z_1, z_2, \dots, z_N | \theta) = \prod_{i=1}^N f(z_i | z_{i-1}, \nu_i, \omega_i^2),$$

como función de θ con todos los z_i conocidos, es la función de verosimilitud $L(\theta)$, es decir,

$$L(\alpha, \mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_i^2}} \right) e^{-\frac{(z_i - \nu_i)^2}{2\omega_i^2}}.$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

MIF

Dado que el logaritmo es una función continua estrictamente creciente sobre el rango de la verosimilitud, los valores que maximicen la verosimilitud también maximizarán su logaritmo.

$$\hat{L}(\alpha, \mu, \sigma^2) = \ln L(\alpha, \mu, \sigma^2)$$

$$= -\frac{N}{2} \ln 2\pi - \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\ln \omega_i^2}{2} + \frac{(z_i - \nu_i)^2}{2\omega_i^2} \right]$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

MIF

Dado que el logaritmo es una función continua estrictamente creciente sobre el rango de la verosimilitud, los valores que maximicen la verosimilitud también maximizarán su logaritmo.

$$\hat{L}(\alpha, \mu, \sigma^2) = \ln L(\alpha, \mu, \sigma^2)$$

$$= -\frac{N}{2} \ln 2\pi - \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\ln \omega_i^2}{2} + \frac{(z_i - \nu_i)^2}{2\omega_i^2} \right]$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Característica Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR

MLE

Resultad

Futuros

Representació Simulaciones Para encontrar las ecuaciones de los parámetros que maximizan la función de log-verosimilitud tomamos derivadas parciales con respecto a dos de los parámetros, μ y σ^2 , convirtiendo la función de log-verosimilitud en una función de una sola variable, α .

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Dracios spot

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros

MLE

Resultado

Resultados

Representación Simulaciones

$$0 = \frac{\partial \hat{L}}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^{N} \frac{(z_i - \nu_i)}{\omega_i^2} (1 - e^{-\alpha t_i})$$

Entonces,

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{z_i}{\omega_i^2} (1 - e^{-\alpha t_i}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\nu_i}{\omega_i^2} (1 - e^{-\alpha t_i}).$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot

Características Modelo inicial

Estimación parámetros

OLSR MLF

Resultado

Futuros Representació

$$0 = \frac{\partial \hat{L}}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^{N} \frac{(z_i - \nu_i)}{\omega_i^2} (1 - e^{-\alpha t_i})$$

Entonces,

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{z_i}{\omega_i^2} (1 - e^{-\alpha t_i}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\nu_i}{\omega_i^2} (1 - e^{-\alpha t_i}).$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Sustituye

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros

OLSR MI F

Resultado

Futuros

Sustituyendo ν_i ,

$$\left(\mu - rac{\sigma^2}{2lpha}
ight) = rac{\displaystyle\sum_{i=1}^N rac{(1-e^{lpha t_i})(z_i-z_0e^{-lpha t_i})}{\omega_i^2}}{\displaystyle\sum_{i=1}^N rac{(1-e^{lpha t_i})^2}{\omega_i^2}}$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

recios spot

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros

OLSR MI F

Resultar

resurtado

Representación

Sustituyendo ω_i^2 ,

$$\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} \frac{\left(z_i - z_0 e^{-\alpha t_i}\right)}{\left(1 + e^{-\alpha t_i}\right)}}{\sum\limits_{i=1}^{N} \frac{\left(1 - e^{\alpha t_i}\right)}{\left(1 + e^{-\alpha t_i}\right)}} = \hat{h}(\alpha)$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot

Características Modelo inicial

parámetros

OLSR

MLE

Kesultado

Representación

$$= \frac{\partial L}{\partial \sigma^2}$$

$$= -\frac{N}{2\sigma^2} - \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{2(z_i - \nu_i) \frac{1}{2\alpha} (1 - e^{\alpha t_i})}{\omega_i^2} - \sum_{i=1}^{N} \frac{(z_i - \nu_i)^2 \frac{1}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha t_i})}{\omega_i^4} \right]$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Modelo inicia

parám OLSR

MLE

Resultado

Representación

Entonces,

$$\frac{\sigma^2}{2\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{(z_i - \nu_i)^2}{(1 - e^{-2\alpha t_i})}}{2\left[\sum_{i=1}^{N} \frac{z_i - \nu_i}{1 + e^{-\alpha t_i}}\right]}.$$

En términos de $\hat{h}(\alpha)$,

$$\nu_i = z_0 e^{-\alpha t_i} + \hat{h}(\alpha)(1 - e^{-\alpha t_i}) = \hat{g}_i(\alpha)$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica:

Modelo inicia

OLSR

MLE

Resultado

Representación

Entonces,

$$\frac{\sigma^2}{2\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{(z_i - \nu_i)^2}{(1 - e^{-2\alpha t_i})}}{2\left[\sum_{i=1}^{N} \frac{z_i - \nu_i}{1 + e^{-\alpha t_i}}\right]}.$$

En términos de $\hat{h}(\alpha)$,

$$\nu_i = z_0 e^{-\alpha t_i} + \hat{h}(\alpha)(1 - e^{-\alpha t_i}) = \hat{g}_i(\alpha).$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica:

Modelo inicial

OLSR OLSR

MLE

Resultado

Representació

Usando $\hat{g}_i(\alpha)$ en el álgebra anterior,

$$\hat{K}(\alpha) = \frac{\sigma^2}{2\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{\hat{g}(\alpha)^2}{(1 - e^{-2\alpha t_i})}}{2\left[N + \sum_{i=1}^{N} \frac{\hat{g}(\alpha)}{(1 + e^{-\alpha t_i})}\right]}.$$

Reescribiendo en términos de las nuevas funciones,

$$\omega_i^2 = \hat{K}(\alpha) (1 - e^{-2\alpha t_i}),$$

$$\nu_i = z_0 e^{-\alpha t_i} + \hat{h}(\alpha) (1 - e^{-\alpha t_i})$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación parámetros OLSR

OLSR MLE

Resultado

Representació

Usando $\hat{g}_i(\alpha)$ en el álgebra anterior,

$$\hat{K}(\alpha) = \frac{\sigma^2}{2\alpha} = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^N \frac{\hat{g}(\alpha)^2}{(1 - e^{-2\alpha t_i})}}{2\left[N + \displaystyle\sum_{i=1}^N \frac{\hat{g}(\alpha)}{(1 + e^{-\alpha t_i})}\right]}.$$

Reescribiendo en términos de las nuevas funciones,

$$\omega_i^2 = \hat{K}(\alpha) (1 - e^{-2\alpha t_i}),$$

$$\nu_i = z_0 e^{-\alpha t_i} + \hat{h}(\alpha) (1 - e^{-\alpha t_i}).$$

(log-verosimilitud)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR

MLE

Resultado

Representació

Obtenemos la función de log-verosimilitud de una sola variable

$$\begin{split} \tilde{L}(\alpha) &= -\frac{N}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \ln \left(\hat{K}(\alpha) \left(1 - e^{-2\alpha t_i} \right) \right)^2 \\ &+ \frac{\left[z_i - \left(z_0 e^{-\alpha t_i} + \hat{h}(\alpha) \left(1 - e^{-\alpha t_i} \right) \right) \right]^2}{2 \left[\hat{K}(\alpha) \left(1 - e^{-2\alpha t_i} \right) \right]^2}. \end{split}$$

Esquema

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Característica: Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE

Resultados

Representació

- Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- 3 Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

El esquema discretizado

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Modelo inicia

OLSR

MLE

Resultados

Representación

$$dz = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha - z}\right) dt + \sigma dW$$

$$z_{i+1} - z_i = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha - z_i}\right) dt + \sigma \sqrt{\Delta t} \phi_i$$

$$z_{i+1} = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) dt (1 - \alpha dt) z_i + \sigma \sqrt{\Delta t} \phi_i$$

Tras simular los log-precios como indica el esquema

$$P_{i+1}=e^{z_{i+1}}.$$

El esquema discretizado

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot
Características

parámet OLSR

Resultados

Representació

$$dz = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha - z}\right) dt + \sigma dW$$

$$z_{i+1} - z_i = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha - z_i}\right) dt + \sigma \sqrt{\Delta t} \phi_i$$

$$z_{i+1} = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) dt (1 - \alpha dt) z_i + \sigma \sqrt{\Delta t} \phi_i$$

Tras simular los log-precios como indica el esquema,

$$P_{i+1} = e^{z_{i+1}}$$
.

Resultados de la simulación para el modelo inicial (muestra de datos de un año)

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

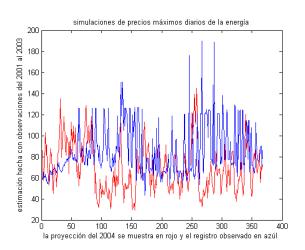
Precios spot
Características

Estimación d parámetros OLSR MLF

Resultados

Futuros

Representació Simulaciones



Resultados de la simulación para el modelo inicial Muestra de datos de un año tomados de Sheikh, 2007.

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación o parámetros OLSR MLE Resultados

resurtane

Representación

Parámetro	Reg	MLE
α	158.49	158.49
μ	4.112	4.114
σ^2	118.42	118.41

Esquema

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Característica: Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE Resultados

Futur

Representación

- Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- 3 Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características Modelo inicial

Estimación de parámetros
OLSR
MLE

Resultad

Representación

Encontramos el precio en el tiempo t de un futuro con vencimiento T, tomando el valor esperado del precio spot al vencimiento bajo una medida Q-martingala equivalente condicional a la información disponible hasta el tiempo t.

$$F(t,T) = \mathbb{E}_t^Q[P_T|B_t^{1}]$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características

Modelo inicial

Estimación do parámetros OLSR MLE

F.

Representación

dY = d

$$Y = e^{\alpha t} z_t$$

$$dY = d(e^{\alpha t} z_t) = \alpha e^{\alpha t} z_t + e^{\alpha t} dz_t$$

$$dz_t = \alpha \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} - z_t \right) + \sigma \, dW_t + \ln J \, dN_t$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Modelo inicial Estimación d

parámetros OLSR MLE

Resultado

Futuros

Representación

$$Y = e^{\alpha t} z_t$$

$$dY = d(e^{\alpha t} z_t) = \alpha e^{\alpha t} z_t + e^{\alpha t} dz_t$$

$$dz_t = \alpha \left(\mu - rac{\sigma^2}{2\alpha} - z_t
ight) + \sigma dW_t + \ln J dN_t$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Reemplazando dz_t y simplificando,

$$d(e^{\alpha t}z_t) = \alpha e^{\alpha t} \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) dt + \sigma e^{\alpha t} dW + e^{\alpha t} \ln J dN_t.$$

Estimación de parámetros
OLSR
MLE

Resultad

Representación

Integrando desde $t \to T$,

$$e^{\alpha T} z_T - e^{\alpha t} z_t = \alpha e^{\alpha t} \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha} \right) dt + \sigma e^{\alpha t} dW + e^{\alpha t} \ln J dN_t$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE Resultados

Futur

Representación

Reemplazando dz_t y simplificando,

$$d(e^{\alpha t}z_t) = \alpha e^{\alpha t} \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) dt + \sigma e^{\alpha t} dW + e^{\alpha t} \ln J dN_t.$$

Integrando desde $t \rightarrow T$,

$$e^{\alpha T}z_T - e^{\alpha t}z_t = \alpha e^{\alpha t}\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) dt + \sigma e^{\alpha t} dW + e^{\alpha t} \ln J dN_t.$$

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

OLSR

Representación

Entonces.

$$\begin{split} z_T &= \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) + \left(z_t - \mu + \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right) e^{-\alpha(T-t)} \\ &+ \sigma \int_t^T e^{-\alpha(T-s)} \, dW_s + \int_t^T e^{-\alpha(T-s)} \ln J \, dN_s. \end{split}$$

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Representación

Así,

$$\begin{split} F(t,T) &= \mathbb{E}_t[e^{zt}|Bt] \\ &= e^C \left(\frac{P(t)}{e^C}\right)^{e^{-\alpha(T-t)}} \\ &\mathbb{E}_t\left[e^{\sigma\int_t^T e^{-\alpha(T-s)}\,dW_s}|B_t\right] \\ &\mathbb{E}_t\left[e^{\int_t^T e^{-\alpha(T-s)}\,\ln J\,dN_s}|B_t\right], \end{split}$$

donde
$$C = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2\alpha}\right)$$
.

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

OLSR

Representación

En particular, con ayuda de la teoría de probabilidad y el teorema de isometría de Ito.

$$\begin{split} \mathbb{E}_t \left[\mathrm{e}^{\sigma \int_t^T \mathrm{e}^{-\alpha (T-s)} \, dW_s} | B_t \right] &= \mathrm{e}^{\frac{\sigma^2}{2} \int_t^T \mathrm{e}^{-2\alpha (T-s)} \, ds} \\ &= \mathrm{e}^{\frac{\sigma^2}{4\alpha} \left[1 - \mathrm{e}^{-2\alpha (T-t)} \right]}. \end{split}$$

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Representación

Para simplificar los cálculos, definimos

$$lpha_s \equiv e^{-lpha(T-s)} \ln J_s,$$
 $m_t = \int_0^t lpha_s dN_s,$
 $L_t \equiv e^{m_t}.$

$$dm_t = \alpha_t dN_t$$
.

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica: Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR

OLSR MLE Resultados

Future

Representación

Para simplificar los cálculos, definimos

$$lpha_s \equiv e^{-lpha(T-s)} \ln J_s,$$
 $m_t = \int_0^t lpha_s \, dN_s,$
 $L_t \equiv e^{m_t}.$

La segunda ecuación puede reescribirse de manera equivalente como

$$dm_t = \alpha_t dN_t$$
.

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Estimación de parámetros OLSR

OLSR MLE

Resultado

Representación

Usando el lema de Ito para saltos generalizado,

$$dL_t = \frac{\partial L_t(m_{t^-})}{\partial m_t} dm_t - \frac{\partial L_t(m_{t^-})}{\partial m_t} (m_t - m_{t^-}) dN + (L_t - L_{t^-}) dN.$$

Con

$$m_t = m_{t^-} + \alpha_t$$
 y $\frac{\partial L_t(m_{t^-})}{\partial m_t} = L_{t^-},$

reescribimos la expresión para L_t

$$L_t = e^{m_{t^-} + \alpha_t} = L_{t^-} e^{\alpha t}$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE

Futuros

Representación Simulaciones Usando el lema de Ito para saltos generalizado,

$$dL_t = \frac{\partial L_t(m_{t^-})}{\partial m_t} dm_t - \frac{\partial L_t(m_{t^-})}{\partial m_t} (m_t - m_{t^-}) dN + (L_t - L_{t^-}) dN.$$

Con

$$m_t = m_{t^-} + \alpha_t$$
 y $\frac{\partial L_t(m_{t^-})}{\partial m_t} = L_{t^-},$

reescribimos la expresión para L_i

$$L_t = e^{m_t - + \alpha_t} = L_{t-} e^{\alpha t}$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE

Resultad

Representación

Usando el lema de Ito para saltos generalizado,

$$dL_t = \frac{\partial L_t(m_{t^-})}{\partial m_t} dm_t - \frac{\partial L_t(m_{t^-})}{\partial m_t} (m_t - m_{t^-}) dN + (L_t - L_{t^-}) dN.$$

Con

$$m_t = m_{t^-} + \alpha_t$$
 y $\frac{\partial L_t(m_{t^-})}{\partial m_t} = L_{t^-},$

reescribimos la expresión para L_t

$$L_t = e^{m_{t^-} + \alpha_t} = L_{t^-} e^{\alpha t}.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot

Modelo inicia

Estimación de parámetros OLSR MLE

Resultado

Representación

Sustituyendo de vuelta las ecuaciones transformadas,

$$dL_t = L_{t^-}\alpha_t dN_t - L_{t^-}(\alpha_t) dN_t + (L_{t^-}e^{\alpha t} - L_{t^-}) dN_t$$

= $L_{t^-}(e^{\alpha t} - 1) dN_t$.

Integrando en [0,t], resultado que luego extenderemos a $[t,\mathcal{T}]$,

$$\int_0^t (dL_t) = \int_0^t L_{ au^-}(\mathrm{e}^{lpha au}-1)\,dN_ au$$

Ya que $L_0 = 1$ por definición, obtenemos

$$L_t = 1 + \int_0^t L_\tau(e^{\alpha \tau} - 1) dN_\tau$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica:

Modelo inicial

Estimación de

parámetros
OLSR
MLE
Resultados

Resultado

Representación

Sustituyendo de vuelta las ecuaciones transformadas,

$$dL_t = L_{t^-}\alpha_t dN_t - L_{t^-}(\alpha_t) dN_t + (L_{t^-}e^{\alpha t} - L_{t^-}) dN_t$$

= $L_{t^-}(e^{\alpha t} - 1) dN_t$.

Integrando en [0,t], resultado que luego extenderemos a [t,T],

$$\int_0^t (dL_t) = \int_0^t L_{\tau^-}(e^{\alpha \tau} - 1) dN_{\tau}.$$

Ya que $L_0 = 1$ por definición, obtenemos

$$L_t = 1 + \int_0^t L_{ au}(e^{lpha au} - 1) dN_{ au}.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica: Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MI F

Resultado

Futuros Representación Sustituyendo de vuelta las ecuaciones transformadas,

$$dL_{t} = L_{t^{-}}\alpha_{t} dN_{t} - L_{t^{-}}(\alpha_{t}) dN_{t} + (L_{t^{-}}e^{\alpha t} - L_{t^{-}}) dN_{t}$$

= $L_{t^{-}}(e^{\alpha t} - 1) dN_{t}$.

Integrando en [0, t], resultado que luego extenderemos a [t, T],

$$\int_0^t (dL_t) = \int_0^t L_{\tau^-}(e^{\alpha \tau} - 1) dN_{\tau}.$$

Ya que $L_0 = 1$ por definición, obtenemos

$$L_t = 1 + \int_0^t L_{\tau}(e^{lpha au} - 1) dN_{ au}.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Representación

Como $\mathbb{E}_0[dN_t] = \lambda dt$, usando la linealidad de \mathbb{E} ,

$$\mathbb{E}_0[L_t] = 1 + \int_0^t \mathbb{E}_0[L_{ au}] \left(\mathbb{E}_0[(e^{lpha au} - 1)] \right) \, dN_{ au} \, \lambda \, d au.$$

Haciendo
$$\mathbb{E}_0[L_t] = \eta_t$$
,

$$\frac{d\eta_t}{dt} = \eta_t(\mathbb{E}_0[e^{\alpha_t}])\lambda.$$

$$\frac{1}{\eta} d\eta = (\mathbb{E}_0[e^{\alpha_t}])\lambda dt$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Representación

Como $\mathbb{E}_0[dN_t] = \lambda dt$, usando la linealidad de \mathbb{E} ,

$$\mathbb{E}_0[L_t] = 1 + \int_0^t \mathbb{E}_0[L_{ au}] \left(\mathbb{E}_0[(e^{lpha au} - 1)] \right) dN_{ au} \, \lambda \, d au.$$

Haciendo $\mathbb{E}_0[L_t] = \eta_t$,

$$\frac{d\eta_t}{dt} = \eta_t(\mathbb{E}_0[e^{\alpha_t}])\lambda.$$

$$\frac{1}{\eta}\,d\eta=(\mathbb{E}_0[e^{\alpha_t}])\lambda\,dt.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

R. J. Meziat

Característica

Modelo inicial

parámetro

OLSR MLE

Resultado

Future

Representación

Simulaciones

Ya que $\eta_0=1$ por definición de η_t , integrando,

$$\ln \eta_t - \ln \eta_0 = \int_0^t \mathbb{E}_0[e^{lpha_ au}] \lambda \, d au,$$

$$\eta_t = e^{\int_0^t (\mathbb{E}_0[e^{lpha_ au}] - 1) \lambda \, d au}.$$

En términos de dN_t ,

$$E_0\left[e^{\int_0^t lpha_{ au} dN_{ au}}
ight] = e^{\int_0^t (E_0[e^{lpha_{ au}}])\lambda d au}$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características

Estimación de

parámetros OLSR

OLSR MLE

resurtad

Representación

Representación

Ya que $\eta_0=1$ por definición de η_t , integrando,

$$\ln \eta_t - \ln \eta_0 = \int_0^t \mathbb{E}_0[e^{lpha_{ au}}] \lambda \, d au,$$

$$\eta_t = e^{\int_0^t (\mathbb{E}_0[e^{lpha_{ au}}] - 1) \lambda \, d au}.$$

En términos de dN_t ,

$$E_0\left[e^{\int_0^t\alpha_\tau\,dN_\tau}\right]=e^{\int_0^t(E_0[e^{\alpha_\tau}])\lambda\,d\tau}.$$

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Para cualquier función integrable en [0, T],

$$\int_t^T f(x) dx = \int_0^T f(x) dx - \int_0^t f(x) dx,$$

donde $t \in (0, T)$.

Representación

$$E_0\left[e^{\int_t^T lpha_{ au} \, dN_{ au}}
ight] = e^{\int_t^T (E_0[e^{lpha_{ au}}])\lambda \, d au}$$

Mercado spot y precios de derivados

R I Meziat

Representación

Para cualquier función integrable en [0, T],

$$\int_t^T f(x) dx = \int_0^T f(x) dx - \int_0^t f(x) dx,$$

donde $t \in (0, T)$.

Entonces, extendiendo el resultado anterior,

$$E_0\left[e^{\int_t^T\alpha_\tau\,dN_\tau}\right]=e^{\int_t^T(E_0[e^{\alpha_\tau}])\lambda\,d\tau}.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR

Resultado

_

Representación

Para evaluar la integral, definimos

$$g(s)=e^{-\alpha(T-s)}.$$

Así,

$$\mathbb{E}_{0} [e^{\alpha_{s}}] = \mathbb{E}_{0} [e^{g(s) \ln J_{s}}]$$

$$= \mathbb{E}_{0} [e^{g(s)\phi_{s}}]$$

$$= e^{\mu_{J}h + \sigma_{J}^{2}h^{2}}$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros

parámetros OLSR MLE

F. . t.

Representación

Para evaluar la integral, definimos

$$g(s)=e^{-\alpha(T-s)}.$$

Así,

$$\mathbb{E}_{0}\left[e^{\alpha_{s}}\right] = \mathbb{E}_{0}\left[e^{g(s)\ln J_{s}}\right]$$
$$= \mathbb{E}_{0}\left[e^{g(s)\phi_{s}}\right]$$
$$= e^{\mu_{J}h + \sigma_{J}^{2}h^{2}}.$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Característica: Modelo inicial

Estimación de parámetros

OLSR MLE

Resultad

Representación

Reemplazando,

$$\begin{split} \mathbb{E}_t \left[e^{\int_t^T \alpha_s \, dN_s} \right] &= e^{\int_t^T \left(e^{\mu g + \frac{\sigma^2}{2} g^2 - 1} \right) \lambda \, ds} \\ &= \frac{e^{\int_t^T \left(e^{\mu g + \frac{\sigma^2}{2} g^2} \right) \lambda \, ds}}{e^{\lambda (T - t)}}. \end{split}$$

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características

Modelo inicial

parámetros OLSR MLE

Futuro

Representación

Finalmente,

$$F(t,T) = e^{C} \left(\frac{P(t)}{e^{C}}\right)^{e^{-\alpha(T-t)}} e^{\frac{\sigma^{2}}{4\alpha}\left[1 - e^{-2\alpha(T-t)}\right] + \int_{t}^{T} e^{(\mu g + \frac{\sigma^{2}}{2}g^{2}) - \lambda(T-t)}}.$$

Esquema

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Precios spot Características

Modelo inicial

Estimación de parámetros
OLSR
MLE

Resultado

Representació Simulaciones

- Modelo para precios spot de energía
 - Características del mercado de energía
 - El modelo inicial
- 2 Estimación de los parámetros del modelo
 - Regresión por mínimos cuadrados ordinaria (OLSR)
 - Estimación de máxima verosimilitud (MLE)
 - Resultados de la simulación para el modelo inicial
- 3 Futuros de precios spot
 - Representación cerrada del precio del futuro
 - Simulaciones para precios de futuros

Simulaciones para precios de futuros Datos de Sheikh, 2007.

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Características Modelo inicial

Estimación de parámetros OLSR MLE Resultados

Futur

Representación Simulaciones

T en años	F(0,T)
5	44.78
2	48.23
1	49.43
1/2	50.05
1/4	50.36
1.12	50.57

Referencias I

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Apéndice Referencias A. Etheridge.

A Course in Financial Calculus.

Cambridge University Press, 2002.

T. C. Gard.

Introduction to Stochastic Differential Equations

Dekker, 1988.

J. C. Hull.

Options, Futures and Other Derivatives

Prentice Hall, 2006.

R. S. Pindyck and D. L. Rubinfeld.

Econometric Models and Economic Forecasts.

McGraw-Hill, 1998.

Referencias II

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Apéndice Referencias G. Skorohod. Stochastic Differential Equations. Springer-Verlag, 1972.

A. Cartea and M. G. Figueroa
Pricing in electricity markets: a mean reverting jump
diffusion model with seasonality.

Applied Mathematical Finance, 12:313–335, 2005

M. Davison, C. L. Marcus, and B. Anderson.

Development of a hybrid model for electrical power spot prices.

IEEE Transactions on Power Systems, 17:257-264, 2002.

Referencias III

Mercado spot y precios de derivados

R. J. Meziat

Apéndice Referencias

A. Lari-Lavassani, A. A. Sadeghi, and A. Ware. Mean reverting models for energy option pricing. Reporte técnico, Universidad de Calgary, 2001.

S. M. Sheikh.

Modeling energy spot market and pricing energy derivatives: a technical analysis.

Tesis de maestría Universidad de Pittsburgh 200